

接触型渦巻ばねの簡略式

松本拓朗**, 飯田和正**, 下関正義***

The Conventional Design Method of the Spiral Springs

Takuro Matsumoto, Kazumasa Iida and Masayoshi Shimoseki

Analyzing the characteristic of spiral spring is indispensable to know the free shape of spring. And to get the free shape of spring needs to analyze on elasticplastic method with geometric non-linearity. But the practical importance by the spring characteristic is the liner zone without both side-ends. If extrapolating liner field to both non-linear zones: assuming affine linearity, we are able to analyze the spring characteristic only elasticplastic analysis at both-ends. Then it is useless that considering geometric nonlinearity. So we can analyze easily as compare with traditional integral formulation. This calculated results agree with experimental one in two kind sample springs.

Key word: spiral spring, spring characteristic, elastic-perfectly plastic material, geometric non-linear, Material non-linear

1. はじめに

接触型渦巻ばね(以下「ぜんまい」と呼ぶ)には、大別して2種類ある。1つは巻軸に鋼帯を直接巻き付けるタイプ(以下「従来ばね」と呼ぶ)で、もう1つは2回に分けて曲率を与える「S字ばね」というタイプである。巻き付け成形前に全長にわたって一定な逆曲率を施すのを1次巻と呼び、さらに巻軸に巻きつけて成形することを2次巻と呼んでいる。つまり従来ばねというのは、S字ばねの加工工程で1次巻を省略したものと見なすことができる。

ぜんまいのばね特性は、自由形状に依存する。ぜんまいの自由形状を求めるには、弾塑性解析が不可欠である。また、ぜんまいはこうした材料非線形に加えて、幾何学的非線形も必要になる。つまり装着状態ではケース内部に密着していた鋼帯が回転軸の回転に合わせて次第に解れ、最後は回転軸に密着するといった接触移動を含む幾何学的非線形問題なのである。

このような非線形解析は、最終的に積分方程式として記述されるが、この解析はわが国の独壇場といった観がある。解析する鋼帯を弾完全塑性と仮定し、積分は作図法による従来ばねの手法^{1), 2)}、また線形硬化を仮定し数値積分を行うS字ばねを包含する方法³⁾が既に報告されている。

しかし改めて考えるに、ぜんまいの使用範囲は、トルク特性線図の直線領域内に限られるから、実務的には、線形領域内の特性さえ分かれば十分である。そこで本報告では、従来ばねも包含したS字ばねに関する、簡便な計算式を提案する。

2. 予備的考察

2.1 アフィン線形

Fig.1に曲線で示す実線は、ぜんまいのトルク特性の概念図である。これに対して、破線が本報告で目指す、アフィン線形近似の直線である。要は、巻始めと巻終わりの両端での非線形領域を無視したものが破線である。ここでアフィン線形というのは、図中に示す初期トルク T_0 がゼロであるという疑似線形を意味する。

従来の線形解析では、ばね定数は得られるものの⁴⁾、線形領域が始まるときのトルク T_a を求める術がなかった。 T_a を求めるには、本来であれば上述2つの非線形性を考慮する必要があるが、今回は材料非線形性に関しては弾完全塑性を仮定し、幾何学的非線形性は考慮せずに解析できる手法を提案する。

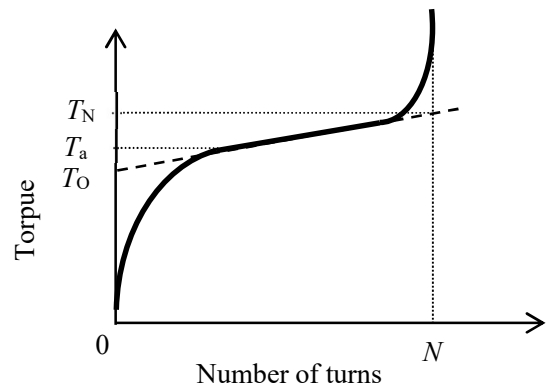


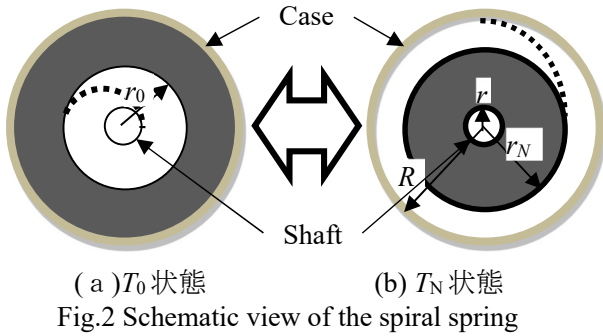
Fig.1 Conceptual diagram of the characteristic curve during recoil

** 速水発条株式会社 Hayamizu Hatsujo CO.,LTD

*** 日本大学 Nihon University

2.2 近似モデル

Fig.2には、ぜんまいがケースに装着された状態 (a) と、使用軸に巻付いた状態 (b) が示してある。直線領域内をアフィン線形で近似することは、Fig.2に示す破線部分を無視することを意味している。つまりぜんまいの有効長がゼロから一気に全長になり(T_0)、巻締められていくと有効長が一気にゼロになる(T_N)、というモデル化に相当する。



3. 設計式

3.1 記号の意味

解析に用いる主要な記号を、Table 1 に示す。表中には様々な曲率や曲率半径が示してあるが、基本的には、ぜんまいの形状を示す場合には曲率 κ を使い、またぜんまいの変動範囲を表わす場合には曲率半径 r, R でもって表現している。また κ の下添字は巻次数が示しているものであり、従来ばねの場合には1次巻がないので $\kappa_1 =$

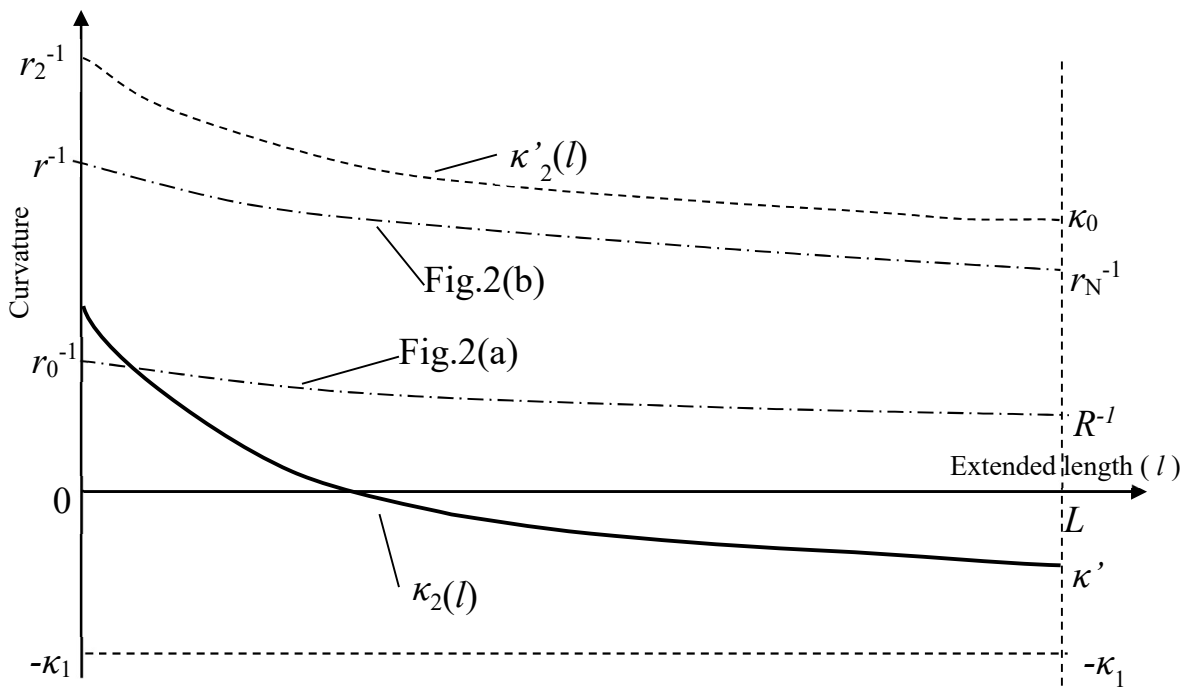
0 と見做し、またプリセッティングの軸半径を r_2 と考えればよい。

Fig.3は、各状態でのS字ばね形状を曲率の分布として示した曲率線図である。横軸には、ぜんまいの内端からの展開長をとり、縦軸には、ぜんまいの曲率をとっている。

1次巻では全長にわたって一定な負の曲率 $-\kappa_1$ が与えられる。これを2次巻きすると曲率は、内端で $\kappa_2'(0) = r_2^{-1}$ 、また外端末の曲率 $\kappa_2'(L)$ は後述する Fig.7における κ_0 に相当する。2次巻後に鋼帯を解放してできる自由状態での曲率が $\kappa_2(L)$ である。

Table 1 Meaning of the major symbols

Symbol	Meaning	Unit
E	ヤング率	MPa
σ_y	降伏応力	MPa
h	板厚	mm
b	板幅	mm
L	全長	mm
κ_1	1次巻後の中立軸の曲率	mm ⁻¹
κ_2	2次巻後の中立軸の曲率	mm ⁻¹
r	使用軸半径	mm
R	ケース内半径	mm
r_0	ケース密着時のぜんまい最小半径	mm
r_N	使用軸密着時のぜんまい最大半径	mm
r_2	2次巻軸半径	mm
N	最大巻数	turn



3.2 最大巻数 N

最大巻数 N は、幾何学的な関係のみによって、次のように求められる。

Fig.2 において、ぜんまいの変動域すなわちケース内半径 R と使用軸半径 r に挟まれた領域内で、ぜんまいが占める面積は hL である。この変動域を曲率線図 Fig.3 で示せば 2 本の一点鎖線に挟まれた領域内に相当する。したがって、Fig.2 に示す 2 つの状態において、それぞれ

$$\pi(R^2 - r_0^2) = hL \quad , \quad \pi(r_N^2 - r^2) = hL$$

つまり

$$r_0 = \sqrt{R^2 - \frac{hL}{\pi}} \quad , \quad r_N = \sqrt{r^2 + \frac{hL}{\pi}} \quad (1)$$

が成り立つ。最大巻数 N は、Fig.2 における状態 (a) と状態 (b) の巻数の差であるから、

$$N = \frac{1}{h} \{ (r_N - r) - (R - r_0) \} \quad (2)$$

で与えられる。式(2)に式(1)を代入すれば、

$$N = \frac{1}{h} \left\{ \sqrt{r^2 + \frac{hL}{\pi}} + \sqrt{R^2 - \frac{hL}{\pi}} - (r + R) \right\} \quad (3)$$

を得る。

上述のように最大巻数 N を求めるには、幾何学的計算だけで済むが、トルク T_a , T_N に関してはその限りでない。トルク T_a というのは、曲げモーメントを受けて、ぜんまい外端末の曲率半径がケース内半径 R に一致した時のモーメントである。また、最大トルク T_N は、ぜんまいの外端末の曲率半径が Fig.2 の r_N になるのに要する曲げモーメントである。つまり、 T_a と T_N を求めるには、ぜんまいの自由形状が解明されていなければならない。そのためには曲げに関する弾塑性解析が不可欠である。

3.3 弾完全塑性モデル

今回は Fig.4 に示すようなもっとも単純な弾塑性体モデルである弾完全塑性体を採用する。弾完全塑性とは、加工硬化がゼロ、すなわち塑性域 ($\epsilon > \epsilon_y$) では降伏応力 σ_y のまま一定、という近似モデルのことである。

さて、弾完全塑性体が曲げモーメントを受けると、鋼帯は Fig.5 に示すように、全体が弾性域内の状態 (a) から、表層面の応力が降伏応力に到達し (b)、更なるモーメントの増加に伴い、塑性域は次第に中心部へと拡大していく (c)。そして極限的には弾性域が消滅する (d)。

つまり弾完全塑性体の曲げモーメントと曲率の関係は Fig.6 に示すように、降伏点までは直線的に増加し、それ以降はモーメントが漸減的に増加していくことになる。なお Fig.5 の応力状態を曲げモーメントに変換した場合の対応を

Fig.6 中に (a)~(d) で示しておく。

ところで 2 次巻の必然として、曲げ加工度は内端が最も高く、板厚 h のピッチを有するアルキメデス曲線に則って、外端に向かって次第に低くなる。したがって内端は間違いなく塑性域にあるが、外端に関しては 2 次巻の効果がない事もあり得る。いずれにせよ、 T_a 及び T_N は、いずれも外端末の自由曲率によって一義的に決まる訳だから、これらを求めるには、外端末だけに着目すればよい。

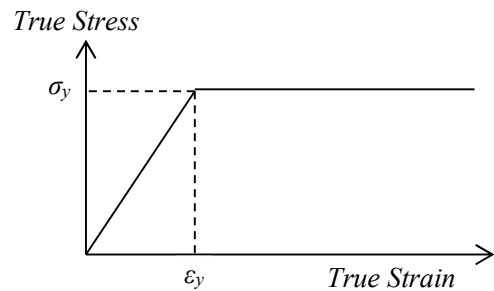


Fig.4 Model diagram of the elastic-perfectly plastic material

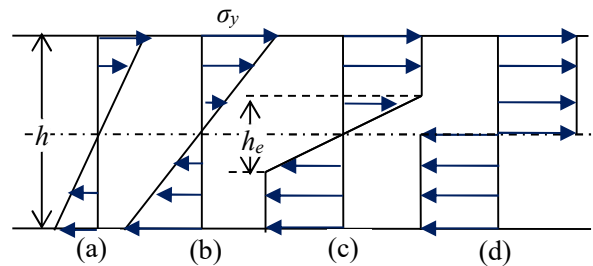


Fig.5 Stress distribution on the transverse Plane

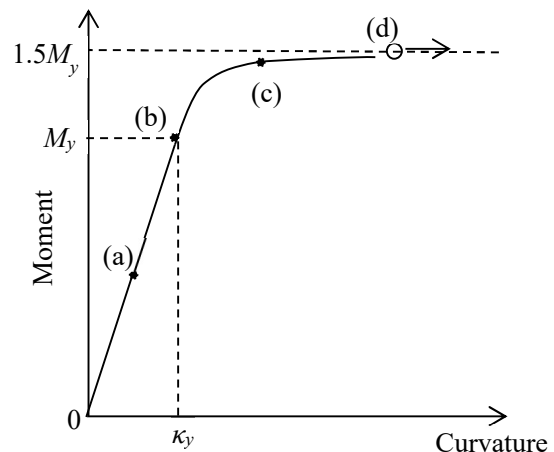


Fig.6 Bending moment - Curvature diagram

3.4 外端末の自由曲率 κ'

1次巻によって初期曲率 $-\kappa_1$ を有する鋼帯の場合には、Fig.7のように、無負荷状態での原点が移動すると考えられる。2次巻によって κ_0 まで曲げ、その後解放して κ' ($=\kappa_2(L)$)になったとする。ただし2次巻の段階で、表面応力が弾性域に留まっているならば、この部位は弾性変形しか生じないのだから、表面が降伏する曲率を κ_y とするならば

$$\kappa' = -\kappa_1 \quad (\kappa_0 \leq \kappa_y) \quad (4)$$

となる。

一方 $\kappa_0 > \kappa_y$ の場合には、曲率 κ_0 に対応する曲げモーメント M_0 を求め、そこから弾性回復した自由状態での曲率 κ' を求めるという手順を踏むことになる。

M_0 は κ_0 状態での横断面に分布する垂直応力の板厚方向に関する1次モーメントに等しい。Fig.7に示すように、 κ_0 状態で、中心部の h_e まで弾性域とすれば、

$$\begin{aligned} M_0 &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma(z) b z dz \\ &= 2b \int_0^{h_e/2} \sigma z dz + 2b \int_{h_e/2}^{h/2} \sigma_y z dz \\ &= \frac{\sigma_y b}{2} \left\{ \frac{1}{2} (h^2 - h_e^2) + \frac{1}{3} h_e^2 \right\} \end{aligned}$$

となり、降伏時の曲げモーメントを M_y とするならば、

$$\frac{M_0}{M_y} = \frac{1}{2} \left\{ 3 - \left(\frac{h_e}{h} \right)^2 \right\} \quad (5)$$

となる。なお詳細は文献(6)を参照されたい。

式(5)に含まれている h_e は未知量であるから、これを既知量によって表現する必要がある。そこで2つの弾性回復すなわち

$$(M_y, \kappa_y - \kappa_1) \Rightarrow (0, -\kappa_1)$$

及び

$$(M_0, \kappa_0) \Rightarrow (0, \kappa')$$

に着目する。

初期曲率 $-\kappa_1$ から原点移動を行い、 h, h_e における、曲率と応力の関係は、

$$h = \frac{2\sigma_y}{E\kappa_y}, \quad h_e = \frac{2\sigma_y}{E(\kappa_0 + \kappa_1)}$$

であるから

$$h_e = \frac{\kappa_y}{\kappa_0 + \kappa_1} h \quad (6)$$

となる。式(6)を式(5)に代入すれば、

$$\frac{M_0}{M_y} = \frac{1}{2} \left\{ 3 - \left(\frac{\kappa_y}{\kappa_0 + \kappa_1} \right)^2 \right\} \quad (7)$$

を得る。

先述の2つの弾性回復に着目すれば、

$$\frac{M_0}{M_y} = \frac{\kappa_0 - \kappa'}{\kappa_y} \quad (8)$$

だから、式(7)と式(8)の右边を等置することによって、最終的に、

$$\kappa' = \kappa_0 - \frac{1}{2} \kappa_y \left\{ 3 - \left(\frac{\kappa_y}{\kappa_0 + \kappa_1} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

が得られる。

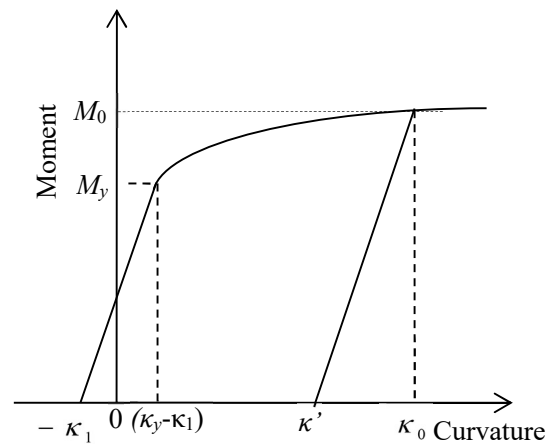


Fig.7 Change of curvature of the outer terminal for the reverse wind

3.5 外端末の曲率変化

外端の自由曲率は式(9)によって定まる。これをケースに装着すると、 κ' は強制的に R^{-1} となる。ただこの状態では、内側のぜんまいが広がる力と、ケースからの締め付け力によって、幾何学的に拘束されている状態にある。

ぜんまいを巻き上げていくと、曲げモーメントによってばねは自ら曲率を増し、外端部は拘束から解放される。その時のモーメントが T_a そのものであるから、

$$T_a = \frac{Ebh^3}{12} (R^{-1} - \kappa') \quad (10)$$

となる。

ここから更に巻き上げていけば、最終的に、ぜんまい全長が軸に密着する。その時の外端部の曲率半径が r_N なのであるから、式(10)と同様に

$$T_N = \frac{Ebh^3}{12} (r_N^{-1} - \kappa') \quad (11)$$

となる。なお r_N は式(1)で与えられる。式(10),(11)によって T_a, T_N が得られ、これによってアフィン線形近似が完成したことになる

4. 実験的検証

4.1 供試ぜんまい

供試ぜんまい(S1,S2)を本解法で計算してみた。供試ぜんまいの諸元を Table 2 に示す。なお降伏応力は実測値と合うように設定した。

Table 2 Specifications of the test spring

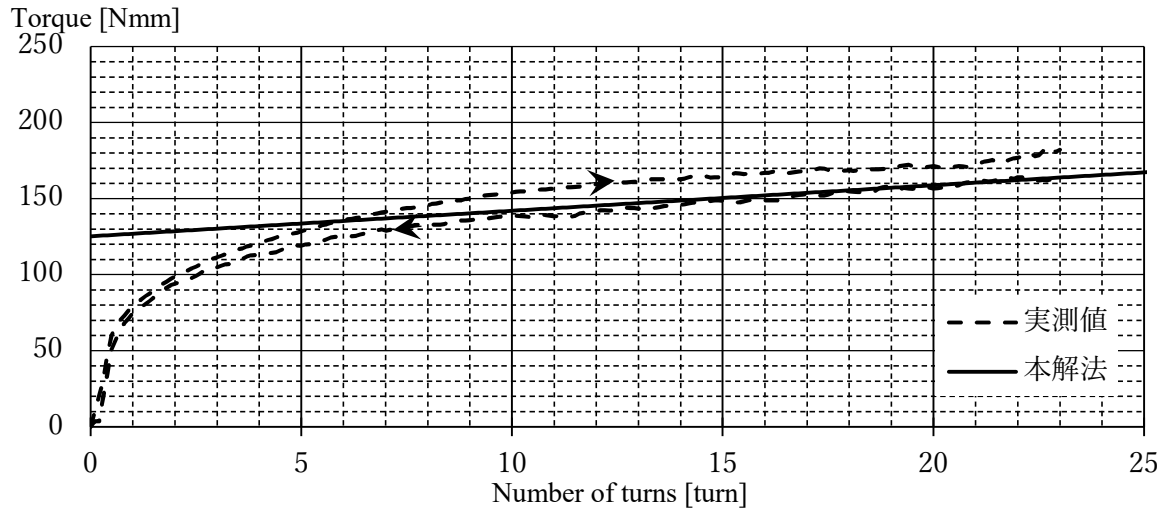
	S1	S2
b [mm]	9	9
h [mm]	0.21	0.22
E [MPa]	1.86×10^5	
σ_y [MPa]	1800	
L [mm]	5500	4500
κ_1^{-1} [mm]	10.105	9.86
r_2 [mm]	5.5	
R [mm]	27.5	
r [mm]	7	

4.2 実測値及び従来解との比較

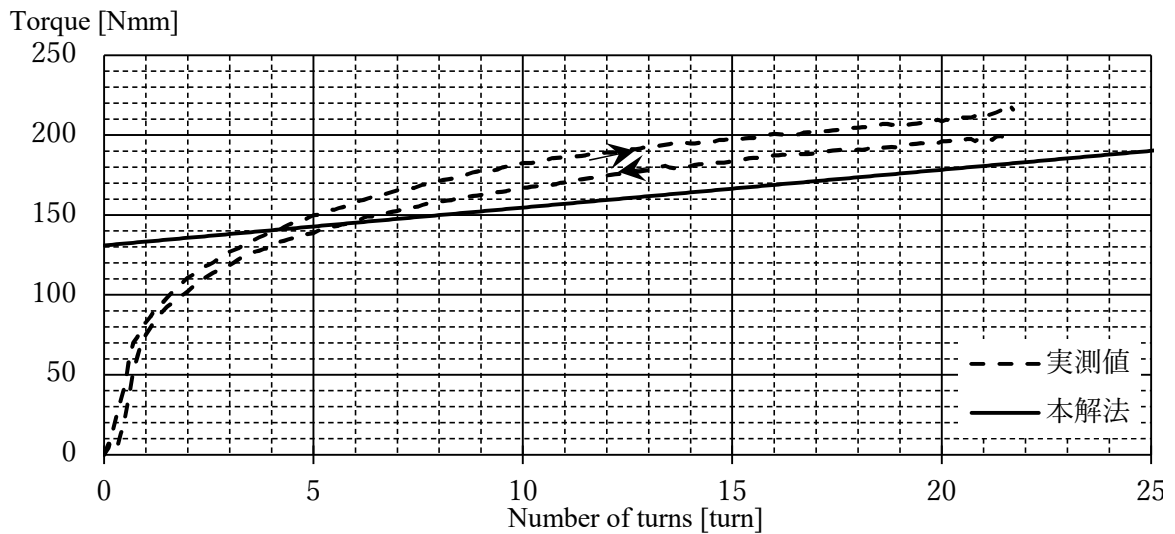
本解法で求めた結果を Table 3 に示す。本解法ではヤング率をポアソン比で補正している。表中の k は $k = \pi E b h^3 / 6L$ であり、ばね定数を意味している。さらにこの計算結果を実測値と比較したのが Fig.8 であり、また文献 3) と比較したのを Fig.9 に示す。

Table 3 Calculation result

	S1	S2
N [turn]	26.8	25.4
T_a [Nmm]	151.6	163.7
T_N [Nmm]	169.4	189.6
T_0 [Nmm]	125.9	131.8
k [Nmm/turn]	1.62	2.28

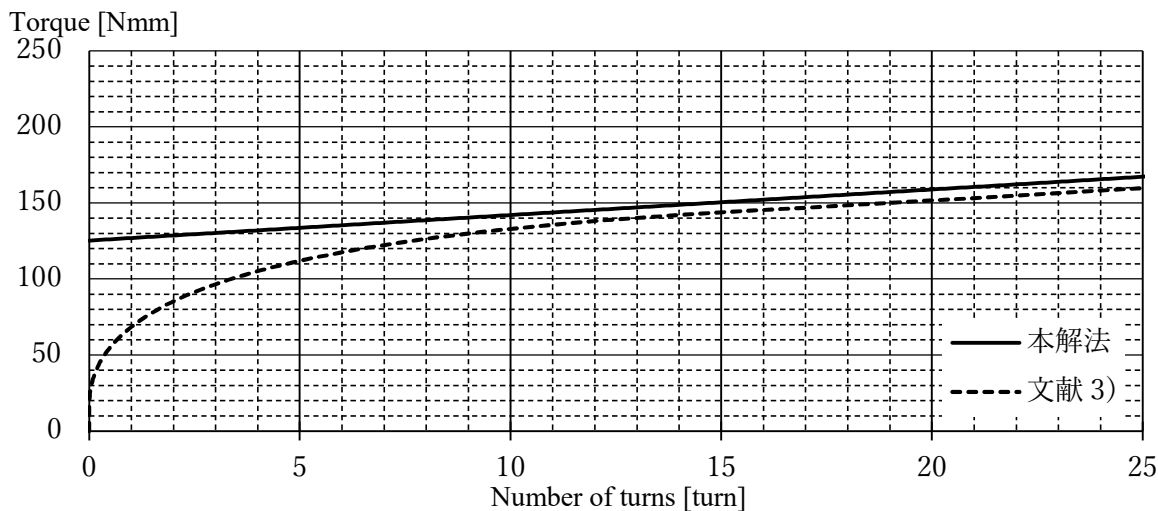


(a) S1

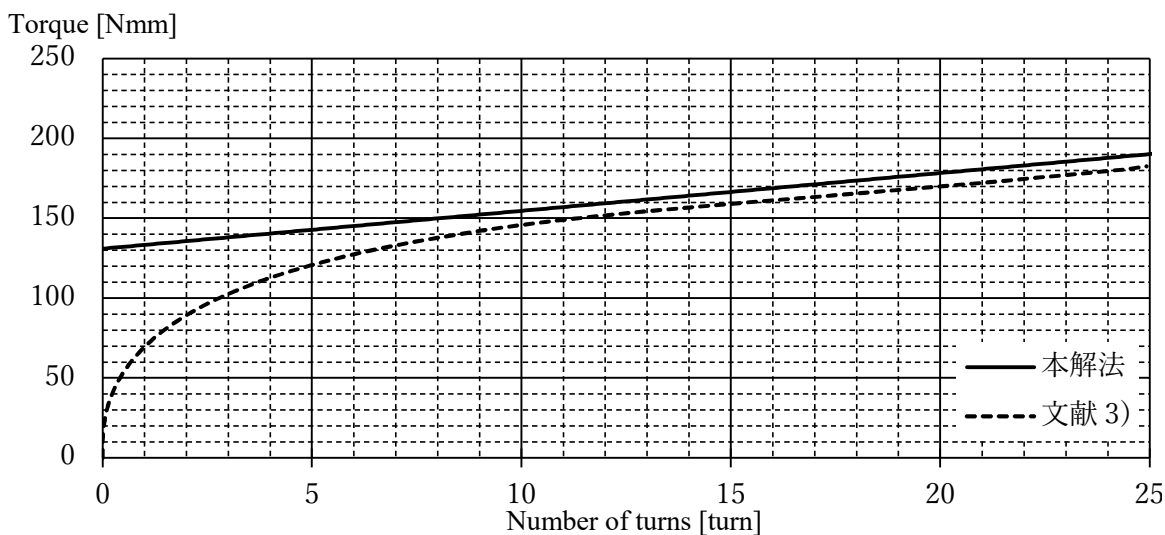


(b) S2

Fig.8 Comparison of the measured values



(a) S1



(b) S2

Fig.9 Comparison of the literature 3)

5. 終わりに

接触型渦巻ばねの特性をアフィン線形と仮定して、簡便な設計式を求めた。実測との照合を行った結果、S1は計算値とほぼ良好な一致をみた。S2は線形部分部分の比例定数は良好な一致を見れるが、トルク値は見る事ができなかった。降伏応力等の値を変化すれば一致する可能性がある。文献3)との比較では良好な一致をみた。

本記述は“松本ら：ばね論文集, No.59 (2014) p37”を改訂したものである。

参考文献

- 1) 阿保：精機学会誌, 18, 2 (1952) p53
- 2) 吉本ら：機械学会論文集, 18, 71 (1952) p17
- 3) 下関ら：ばね論文集, No.33 (1988) p34
- 4) 日本ばね学会『ばね』改定4版, 2008 (丸善) P265
- 5) 四十木ら：ばね論文集, No.59 (2014) p37
- 6) 水野正夫：『ばねの設計・製造と信頼性』1979 (養賢堂) p42